INŻYNIERIA RUCHU

rozdział 2

Inżynieria ruchu

WERSJA 2013

Inżynieria ruchu a inżynieria ruchu drogowego

Inżynieria ruchu drogowego jest dziedziną inżynierii zajmującą się badaniem procesów ruchu drogowego i praktycznym zastosowaniem wiedzy o ruchu w planowaniu , projektowaniu, realizacji i eksploatacji urządzeń komunikacyjnych oraz systemów transportu, a zwłaszcza organizacją i sterowaniem ruchem.

Podstawowym celem inżynierii ruchu drogowego jest zapewnienie bezpiecznego, sprawnego i ekonomicznego przemieszczania osób i towarów przy ograniczeniu ujemnego wpływu na środowisko

Powyżej: „polska" definicja sformułowana w roku 1968 i zaktualizowana w 1987

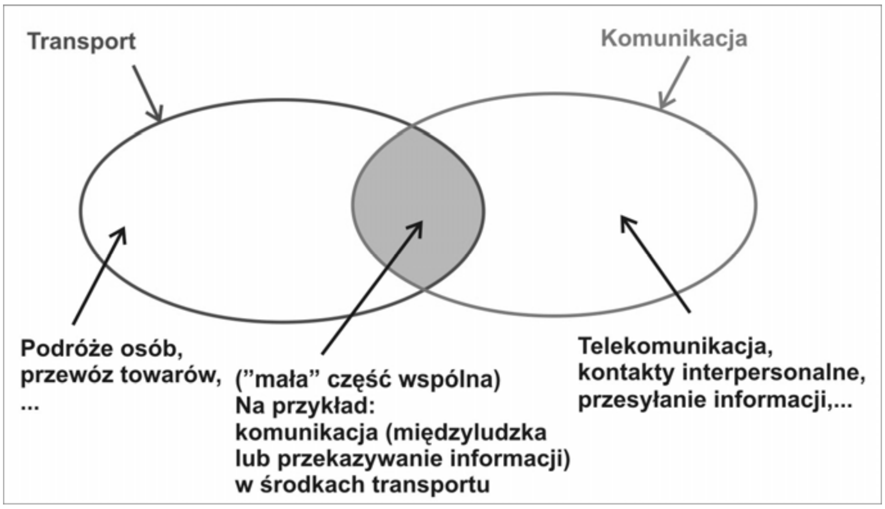
Dylemat:

Zapewnienie bezpiecznego, sprawnego i ekonomicznego przemieszczania osób i towarów przy ograniczeniu ujemnego wpływu na środowisko

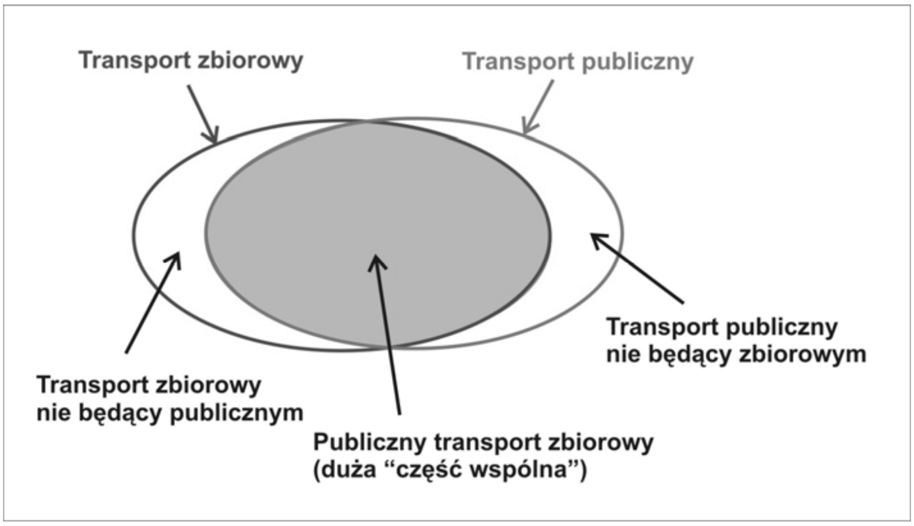
nie może ograniczać się wyłącznie do ruchu drogowego!

Stąd: Inżynieria ruchu drogowego → Inżynieria ruchu (inżynieria transportu)

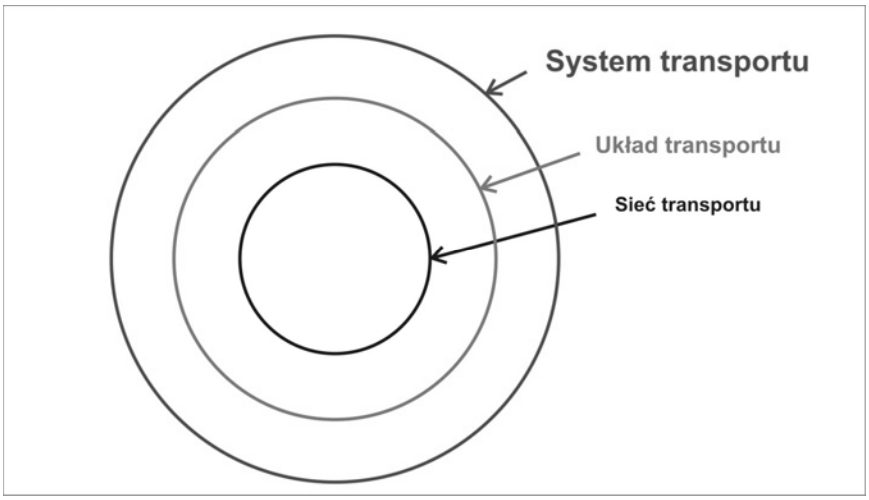
Definicje



Definicje –c.d.



Definicje –c.d.



część popytowa transportu – część podażowa transportu

Inżynieria ruchu a inżynieria transportu

Definicje „amerykańskie”, Institute of Transportation Engineering, 1999:

Inżynieria transportu to zastosowanie technologii i metod naukowych do planowania, kształtowania, realizacji i zarządzania infrastrukturą <u>dla wszystkich rodzajów transportu</u> w celu zapewnienia przemieszczania osób i towarów z zachowaniem: bezpieczeństwa, szybkości, wygody, ekonomiki i uwarunkowań środowiskowych

Inżynieria ruchu jest częścią inżynierii transportu zajmującą się planowaniem, projektowaniem geometrycznym i zarządzaniem <u>ruchem drogowym</u> dla ulic, dróg zamiejskich, ich siecią w relacji do pozostałych rodzajów transportu

Pytanie: czy można zajmować się inżynierią ruchu (drogowego) w oderwaniu od inżynierii transportu?

Aktualne zagadnienia inżynierii ruchu:

Istotne jest nie: „jak ukształtować podaż w celu sprostania popytowi”

Ale: jak kształtować popyt na transport (między innymi poprzez modyfikowanie podaży)

Pojawiają się następujące zagadnienia:

Kształtowanie (zarządzanie mobilnością)

Polityka transportowa

„Stare” a „nowe” w inżynierii ruchu

I. Podstawy procesów ruchu (modelowanie ruchu)

II. Podstawy planowania systemów transportu (część planowania przestrzennego)

III. Projektowanie dróg

IV. Węzły i skrzyżowania drogowe

V. Transport zbiorowy

VI. Urządzenia sterowania ruchem

VII. Sterowanie (regulacja) ruchu

VIII. Zagadnienia parkowania

Inżynier ruchu

Nie jest to wąska dziedzina wiedzy, wręcz przeciwnie wymaga podejścia interdyscyplinarnego …

Cytat z E.Buszmy „Podstawy inżynierii ruchu drogowego”, WKiŁ 1971:

Europejski „inżynier ruchu” jest profilem inżyniera budowlanego o szerokiej wiedzy technicznej. Oprócz rozwiązywania problemów techniki ściśle drogowej, musi on posiadać wiadomości z zakresu budowy mostów i tuneli, z zagadnień budownictwa wodnego i kolejowego, ruchu miejskiego i pozamiejskiego, planowania miast, osiedli i terenów kraju. Inżynierowi ruchu niezbędne są również umiejętności z zakresu ekonomiki i organizacji.

Wybrane narzędzia inżynierii ruchu:

Projektowanie izolowanych sygnalizacji stałoczasowych

Projektowanie skoordynowanych sygnalizacji aktualizowanych

Systemowe sterowanie ruchem za pomocą sygnalizacji dostosowujących się do ruchu

Uspokojenie ruchu na odcinku drogi

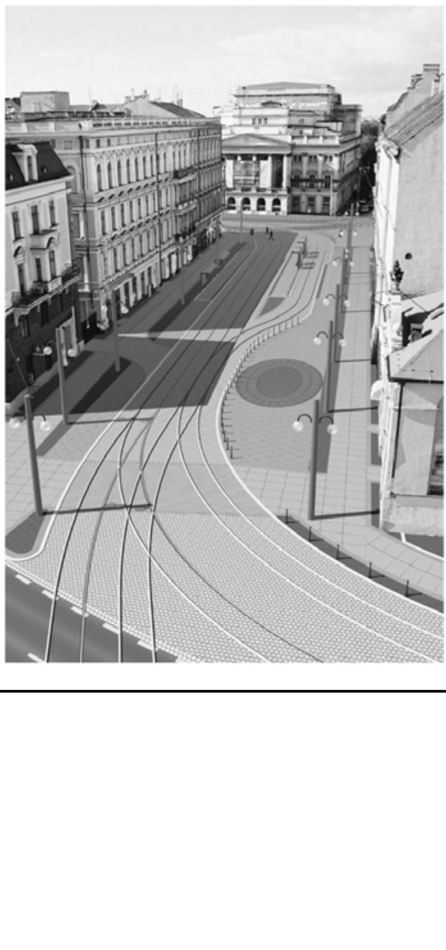
Uspokojenie ruchu dla konkretnego obszaru

Organizacja ruchu dla pojedynczego skrzyżowania

Planowanie sieci transportowej konkretnego obszaru

Priorytet „punktowy" dla transportu zbiorowego

Planowanie zintegrowanego systemu transportu alternatywnego względem samochodu



INŻYNIERIA RUCHU

rozdział 3

Modelowanie ruchu - definicje

WERSJA 2013

PODSTAWOWE PARAMETRY STRUMIENIA RUCHU

Natężenie i gęstość ruchu, prędkość,
Struktura rodzajowa i kierunkowa

Model to odwzorowanie rzeczywistości…

Model potoków ruchu - matematyczny
zapis → *struktury popytowej transportu*
oparty na badaniu
→ *zachowań transportowych*
w wyodrębnionej jednostce terytorialnej

→ *struktura popytowa transportu*

→ *zachowania transportowe*

→ *wyodrębniona jednostka terytorialna*

Podaż i popyt w transporcie

Popyt
„potrzeby transportowe"
liczba podróży powstająca
w określonych relacjach
„źródło – cel"

Podaż
„oferta systemu transportu"
na przykład:
- przepustowość sieci,
- liczba kursów na godzinę (dobę)

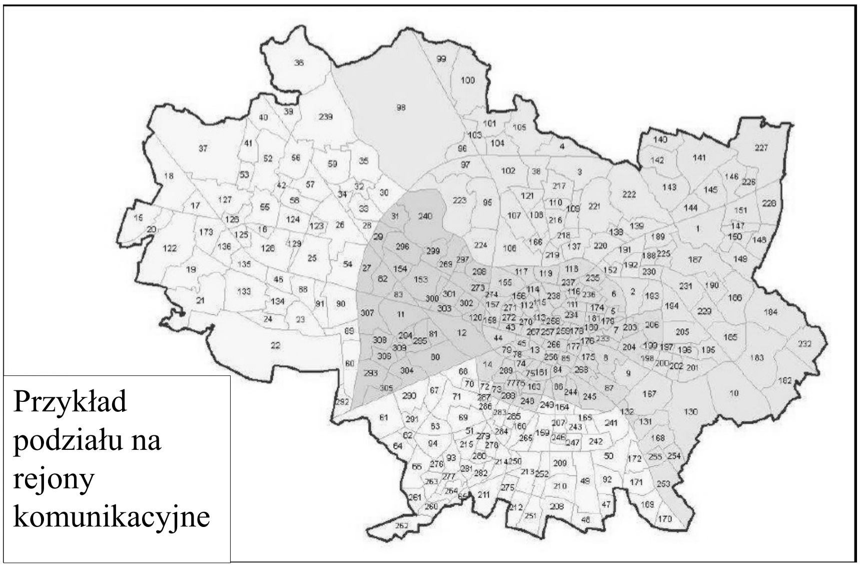
Wraz ze wzrostem podaży pobudza się popyt

Im większy popyt tym większa cena (koszt transportu)

Zachowania transportowe
– opisany wielkościami, wskaźnikami lub wartościami względnymi zbiór → *decyzji transportowych* w określonej w stosunku do wyodrębnionej jednostki terytorialnej populacji o podjęciu **podróży osób** (lub przewozu ładunków), lokalizacji celu, wyborze środka transportu i trasy podróży, przejazdu lub przewozu składających się na → *popyt transportowy* i → *strukturę popytową systemu transportowego w* określonym interwale czasowym.

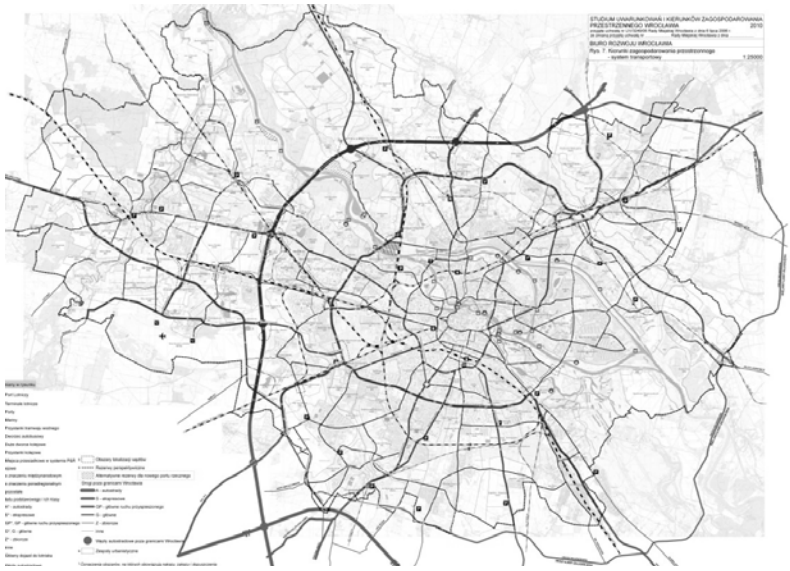
Decyzje transportowe
– decyzje o → *podróżach osób* oparte na modelu mikroekonomicznym, zgodnie z którym każdy podmiot mikroekonomiczny maksymalizuje różnice korzyści i kosztów (zysk). W decyzjach transportowych decyzja o podjęciu podróży lub przewozu, wyborze celu, środka transportu i trasy przejazdu wynika z maksymalizacji różnicy korzyści z podróży oraz kosztów transportu ujętych w formie → *zadania transportowego*

Wyodrębniona jednostka terytorialna

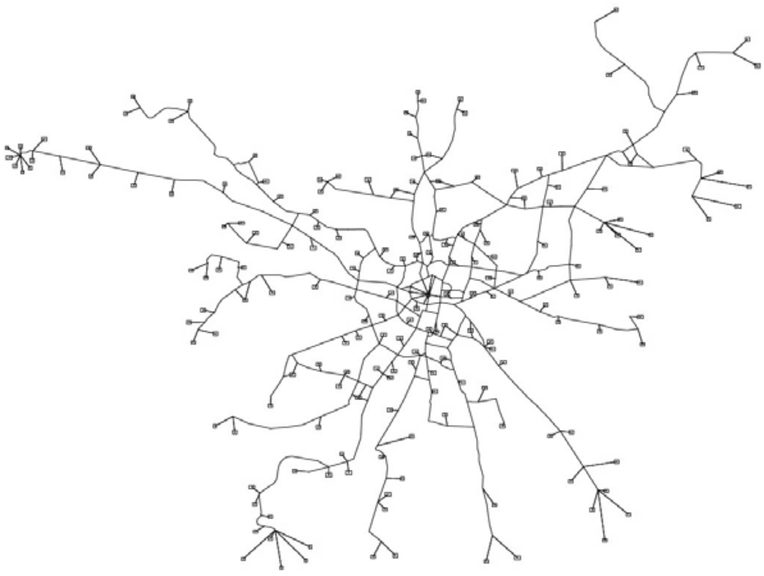


Przykład podziału na rejony komunikacyjne

Sieć a system transportu

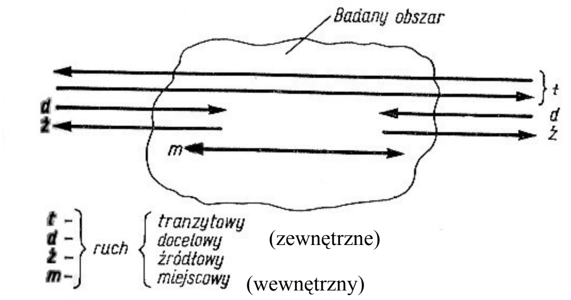


Sieć i rejony w modelu



Efekt modelowania ruchu

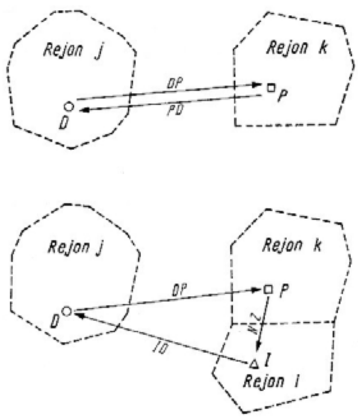
Przynależność terytorialna ruchu



Ruch absorbowany,
Atrakcja ruchu,
przyjazdy

Ruch generowany,
Generacja ruchu,
wyjazdy

Komponenty modelu ruchu



Podróż „źródło – cel”

macierz „źródło – cel” (macierz podróży, O-D)

Rodzaje użytkowników systemu transportu
(rodzaje środków transportu)

Rodzaje motywacji podróży
(na przykład Dom – Praca)

Kategorie osób
(na przykład uczniowie szkół, osoby zawodowo czynne, emeryci/renciści)

INŻYNIERIA RUCHU

rozdział 4

Etapy i rodzaje

modelowania ruchu

WERSJA 2013

Klasyczny, cztero-stadiowy model ruchu

1. Modelowanie powstawania ruchu

↓

2. Rozkład ruchu pomiędzy rejonami

↓

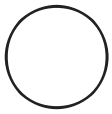
3. Podział ruchu na środki transportu

↓

4. Rozkład ruchu na sieć transportową

Powstawanie ruchu (zapotrzebowanie na podróże)

Rejon „i”



„Potencjał wyjazdowy” rejonu = Generacja ruchu

„Potencjał przyjazdowy” rejonu = Absorbcja ruchu

Kategorie osób:
K0 - dzieci do lat 7,
K1 - osoby zawodowo czynne,
K2 - uczniowie szkół ponadpodstawowych,
K3 - uczniowie szkół podstawowych,
K4 - renciści, gospodynie domowe, inni.

1. Podróże związane z domem - ZD:
a. rozpoczynające się w domu (podział ze względu na cel):
   DP : dom - praca,
   DN : dom - nauka,
   DI : dom - inne;
b. kończące się w domu (podział ze względu na źródło):
   PD : praca - dom,
   ND : nauka - dom,
   ID : inne - dom.
2. Podróże niezwiązane z domem - NZD.

Powstawanie ruchu (zapotrzebowanie na podróże) – c.d.

Do obliczenia Generacji (lub absorbcji) ruchu wykorzystuje się różne wielkości (dane liczbowe)

Na tym etapie w modelu istotna jest motywacja podróży oraz okres analiz

Przykłady:

-Model dla szczytu porannego, generacja dla motywacji D-P - …

-Model dla szczytu popołudniowego, generacja dla motywacji N-D - …

-Model ruchu dobowego, generacja (absorbcja) bez wydzielenia motywacji (lub z „parą motywacji”, np. D-P – P-D lub dla „łańcucha aktywności”) - …

Odchodzimy od analizy pojedynczych rejonów, pojawia się ich para lub cały szereg w łańcuchu aktywności

Kalibracja modelu ruchu

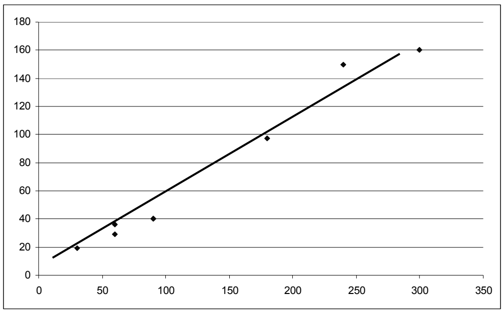
$$G_i^k = b_0^k + b_1^k \cdot X_{Gi}^k$$

Liczba podróży N-D ← Liczba miejsc nauki

Liczba podróży NZD ← Zatrudnieni w III. sektorze

Liczba podróży D-P ← Liczba mieszkańców

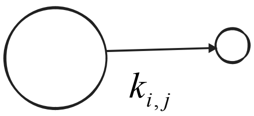
19	30
97	180
40	90
160	300
29	60
40	90
150	240
36	60



Rozkład ruchu pomiędzy rejonami

$$P_{i,j}$$

Rejon „i” Rejon „j”



$k_{i,j}$

Model proporcjonalny:

$$P_{i,j} = G_i \cdot \frac{A_j}{\sum_k A_k}$$

Model grawitacyjny:

$$P_{i,j} = G_i \cdot \frac{A_j \cdot e^{-\alpha \cdot k_{i,j}}}{\sum_k A_k \cdot e^{-\alpha \cdot t_{ik}}}$$

Rozkład ruchu pomiędzy rejonami – c.d.

Podejście z wykorzystaniem prawdopodobieństwa, metoda „pośrednich możliwości”

Założenia:
-Każdy dąży do zmniejszenia kosztu (czasu) podróży,
-Każdy rozpoczynający podróż ma do dyspozycji zbiór możliwości jej realizacji (można określić prawdopodobieństwo wyboru określonej opcji = prawdopodobieństwo zakończenia podróży w określonym miejscu, „*p*”),
-Prawdopodobieństwo zakończenia podróży rośnie w miarę penetrowania większego obszaru (dłuższej podróży).

$$P_{i,j} = G_i \cdot \left(e^{-pA} - e^{-p(A+A_j)} \right)$$

A – Absorbcja celów podróży położonych bliżej „i” niż „j”

Na liczbę podróży wpływają nie tylko cechy rejonów, ale także koszt podróży – zależny od cech sieci (konfiguracja połączeń, dostępność wyboru środka transportu)

Podział ruchu na środki transportu

(Podział modalny, Modal Split)

Na podział wpływają:
-Dostępność poszczególnych środków transportu,
-Czas (prędkość) podróży,
-Upodobania i uwarunkowania osobiste,
-Pogoda (klimat),
-Ceny, zamożność.

Wszystko powyższe (prawie wszystko) można wyrazić poprzez „uogólniony koszt podróży (transportu)”

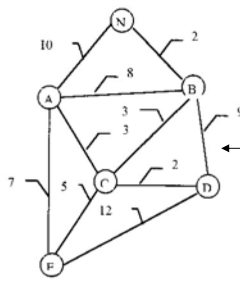
Podział ruchu na sieć – typowe zadania:

Szukanie najkrótszego połączenia pomiędzy węzłami

Problem maksymalnego przepływu

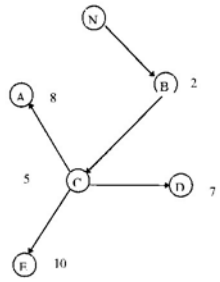
Minimalizacja kosztów przewozu (problem Hitchcocka)

Szukanie najkrótszego połączenia pomiędzy węzłami

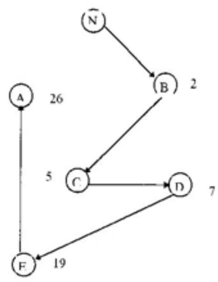


Sieć i koszty

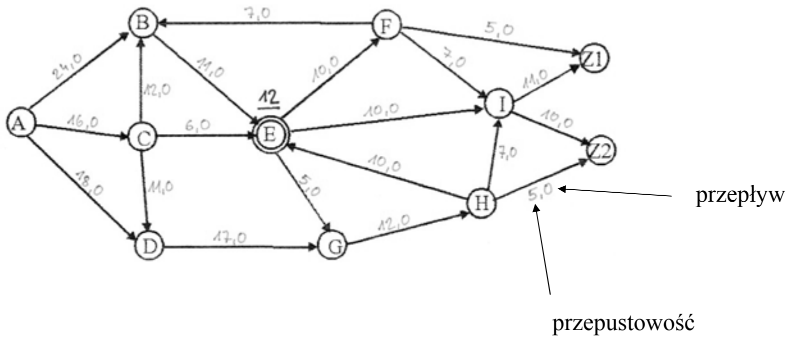
Drzewo najkrótszych (najtańszych) połączeń



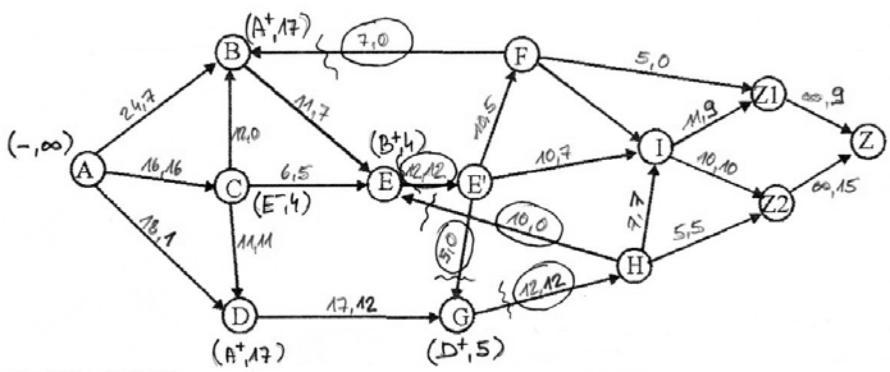
Najkrótsza (najtańsza) ścieżka z N do A przechodząca przez łuk DE jeden raz



Problem maksymalnego przepływu



Twierdzenie min-max: W dowolnej sieci wartość maksymalnego przepływu ze źródła (A) do odpływu (Z) jest równa przepustowości przekroju rozdzielającego



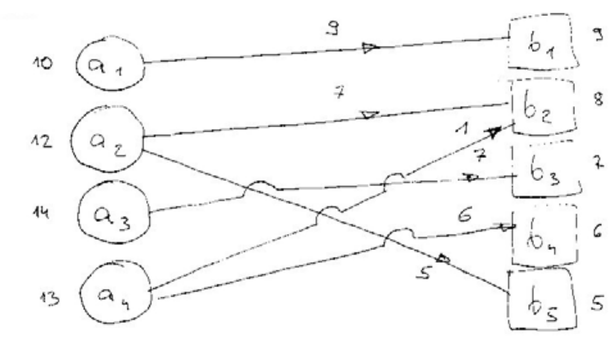
Minimalizacja kosztów przewozu (problem Hitchcocka)

Koszt przewozu:

	(9)	(8)	(7)	(6)	(5)
(10)	5	12	9	14	16
(12)	9	4	8	12	5
(14)	8	6	3	10	20
(13)	7	5	7	4	17

	(9)	(8)	(7)	(6)	(5)
(10)	5	12	9	14	16
(12)	9	4	8	12	5
(14)	8	6	3	10	20
(13)	7	5	7	4	17

(problem Hitchcocka) - rozwiązanie



K = 9*5 + 7*4 + 5*5 + 7*3 + 1*5 + 6*4 = 148

INŻYNIERIA RUCHU

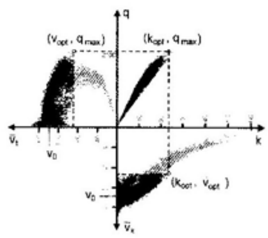
rozdział 5

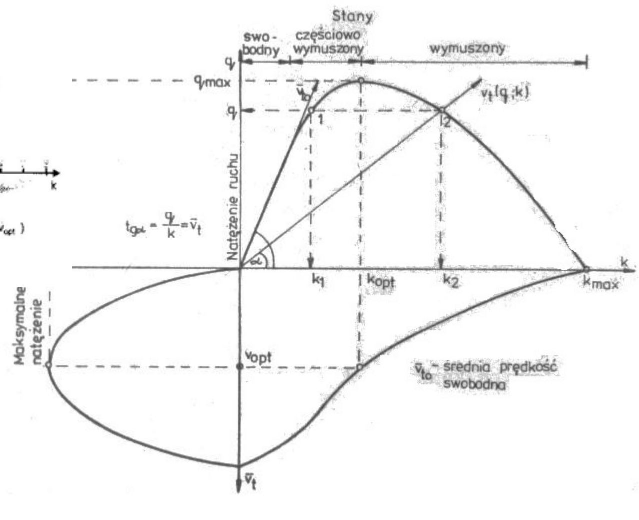
Deterministyczne ujęcie ruchu drogowego

Modele makro- i mikroskopowe

WERSJA 2013

Fundamentalne równanie ruchu

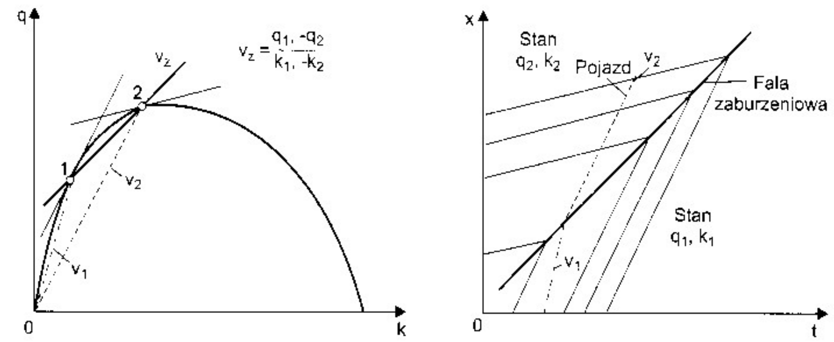




$$q = v \cdot k$$

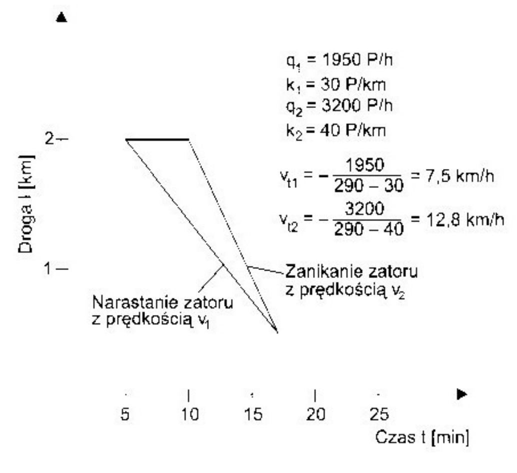
$$v = \frac{q}{k}$$

Falowy model ruchu

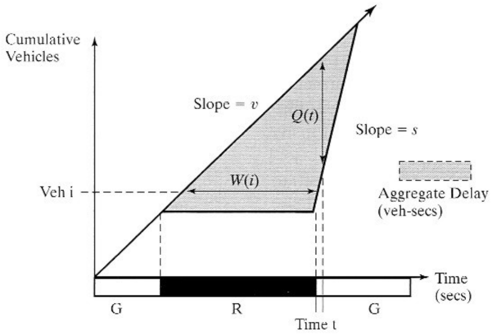


Rys. 4.4. Powstawanie fali zaburzeniowej w strumieniu pojazdów

Falowy model ruchu – c.d.



Falowy model ruchu – c.d.



Delay, Waiting Time, and Queue Length Illustrated

Falowy model ruchu – c.d.

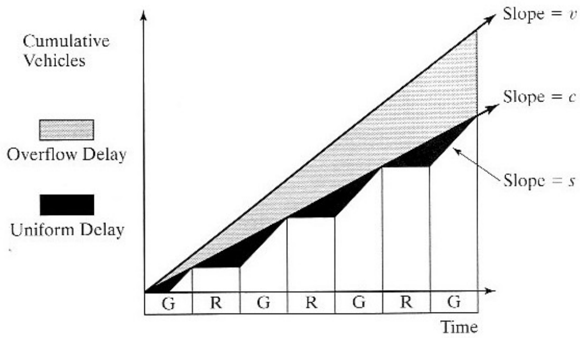
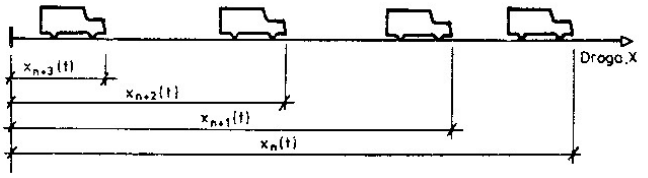


Figure 17.14: An Oversaturated Period Illustrated

Model jazdy za liderem



Rys. 3.3. Analiza zachowania się pojazdów w modelu mikroskopowym

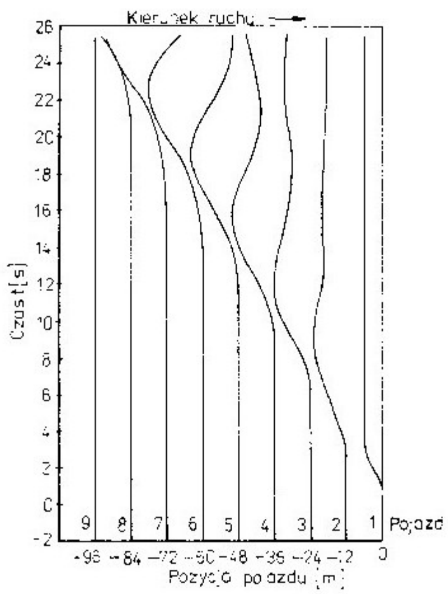
reakcja = bodziec * wrażliwość

$$\ddot{x}_{n+1}(t) = c(\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)) \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3... \qquad (3.3)$$

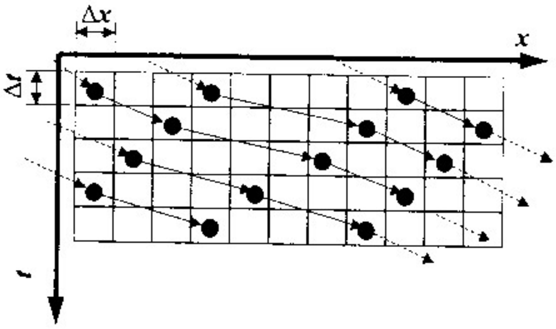
gdzie: $\ddot{x}_{n+1}(t)$ - przyspieszenie pojazdu n+1, odpowiada reakcji,
$\dot{x}_n(t)$, $\dot{x}_{n+1}(t)$ - prędkości pojazdów n oraz n+1, ich wzajemna różnica odzwierciedla bodziec,
c - wartość stała, zależna od wrażliwości kierowcy (stylu jazdy).

Model jazdy za liderem – c.d.

$$\frac{\partial^2 x_{i+1}}{\partial (t+t_r)^2} = \alpha \cdot \left[\frac{\partial x_i}{\partial t} - \frac{\partial x_{i+1}}{\partial t} \right]$$



Model komórkowy (automatów komórkowych)



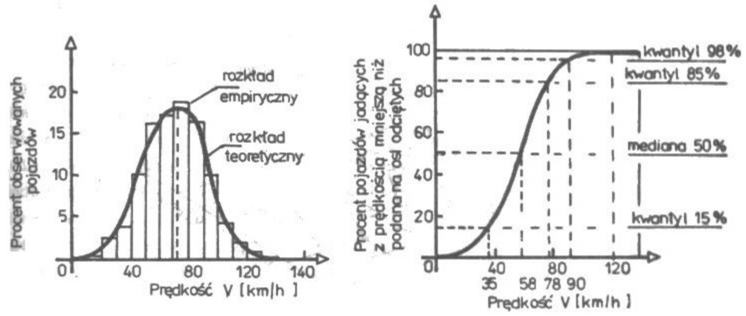
INŻYNIERIA RUCHU

rozdział 6

Stochastyczne ujęcie ruchu drogowego

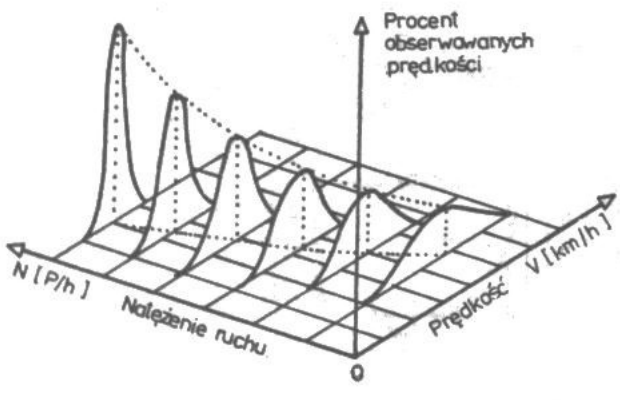
WERSJA 2013

Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – rozkład normalny



$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – rozkład normalny



Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – rozkład normalny

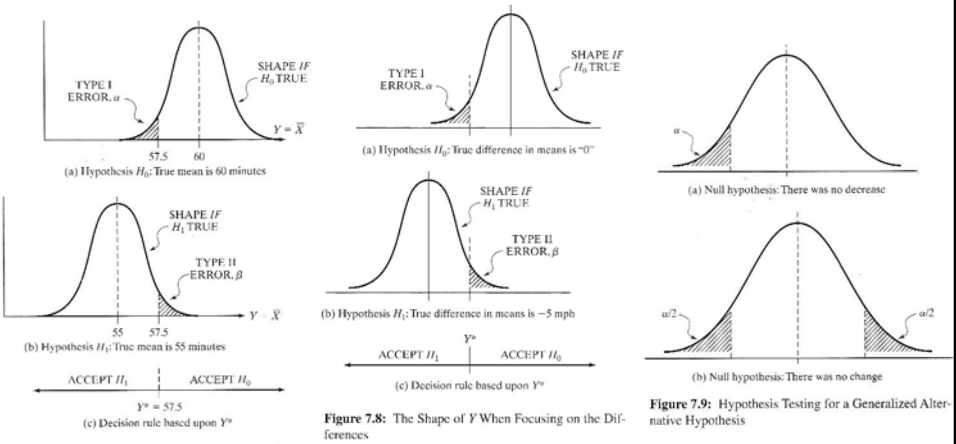
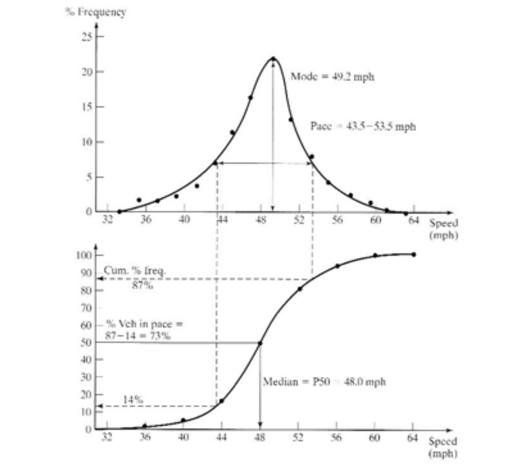


Figure 7.7: The Shape of Y for Each of Two Hypotheses

Figure 7.8: The Shape of Y When Focusing on the Differences

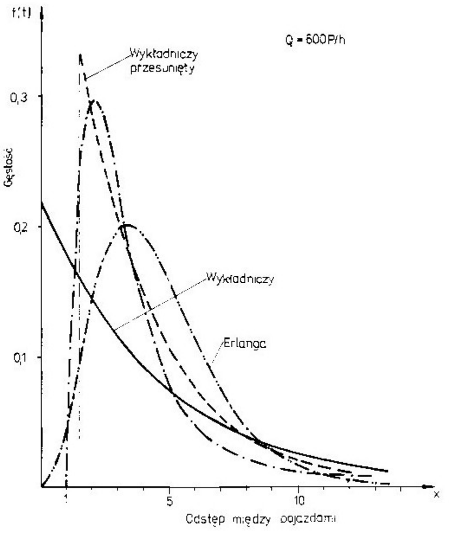
Figure 7.9: Hypothesis Testing for a Generalized Alternative Hypothesis

Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – rozkład normalny



Frequency and Cumulative Frequency Distribution Curves for the Illustrative Spot Speed Study

Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – inne rozkłady



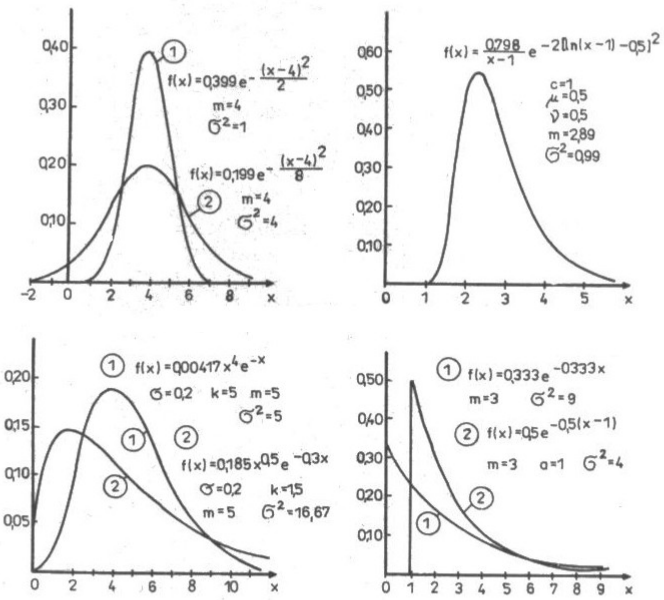
dla rozkładu wykładniczego:

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}$$

dla rozkładu Erlanga:

$$f(x) = \frac{b^k}{(k-1)!} \cdot x^{k-1} \cdot e^{-b \cdot x}$$

Wielkości charakteryzujące ruch drogowy jako zmienne losowe – przykłady rozkładów



Modele teorii kolejek

Tablica 4-3. Oczekiwane wartości różnych parametrów kolejki w systemie *M/M/1* dla stanu ustalonego $q < s$

	Model kolejki	Opis parametru kolejki
1	$p(n) = \left(\frac{q}{s}\right)^n \left(1 - \frac{q}{s}\right) = \rho^n \cdot (1-\rho)$	$p(n)$ prawdopodobieństwo wystąpienia dokładnie n pojazdów w systemie
2	$\overline{n} = \frac{q}{s-q} = \frac{\rho}{1-\rho}$	$\overline{n}$ – średnia liczba pojazdów w systemie
3	$Var(n) = \frac{q}{(s-q)^2} = \frac{\rho}{(1-\rho)^2}$	$Var(n)$ – wariancja liczby pojazdów w systemie
4	$\overline{l}_q = \frac{q^2}{s \cdot (s-q)} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)}$	l_q – średnia długość kolejki
5	$f(t) = (s-q) \cdot e^{(q-s)t}$	$f(t)$ prawdopodobieństwo przebywania w systemie przez czas t
6	$\overline{t} = \frac{1}{s-q}$	$\overline{t}$ średni czas przebywania w systemie
7	$\overline{d} = \frac{q}{s \cdot (s-q)} = t - \frac{1}{s}$	$\overline{d}$ - średni czas oczekiwania w kolejce
8	$P(\tau \leqslant t) = 1 - e^{-(s-q)t}$	$P(\tau \leqslant t)$ – prawdopodobieństwo przebywania w systemie w czasie $\leqslant t$
9	$P(\tau \leqslant \omega) = 1 - \rho \cdot e^{-(s-q)\omega}$	$P(\tau \leqslant \omega)$ – prawdopodobieństwo oczekiwania w kolejce w czasie $\leqslant \omega$

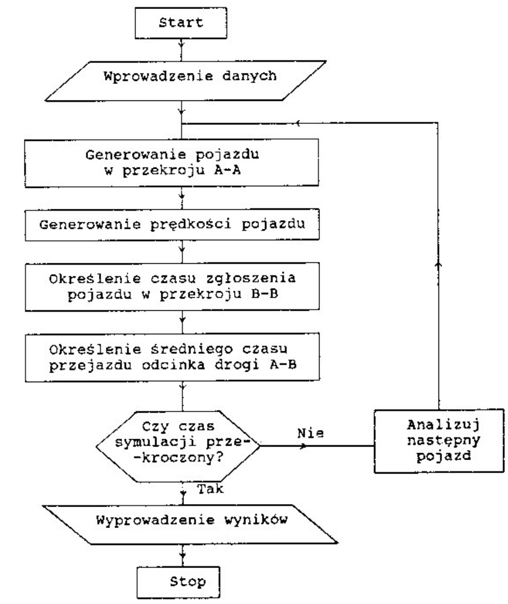
Oznaczenia:

q – średnia liczba pojazdów przybywających do systemu w jednostce czasu,

s – średnia liczba pojazdów obsłużonych (opuszczających system) w jednostce czasu,

$\rho = q/s$ stopień nasycenia pasa ruchu.

Modele symulacyjne



Rys. 3.6. Schemat blokowy symulacji ruchu pojazdów między przekrojami A-A i B-B

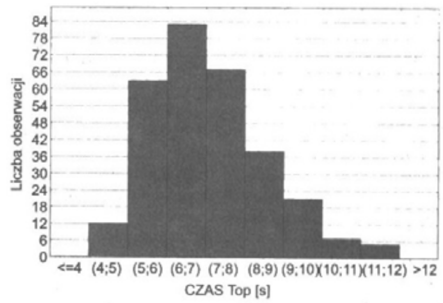
INŻYNIERIA RUCHU

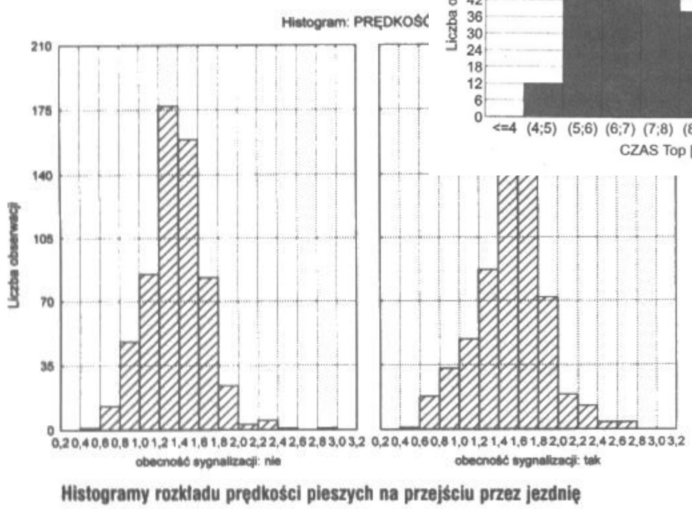
rozdział 7

Ruch drogowy w ujęciu statystycznym

WERSJA 2013

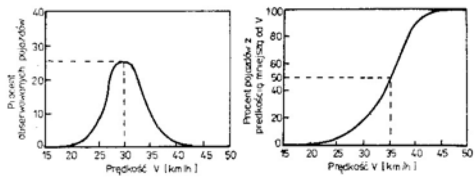
Zbiór (populacja) wyników

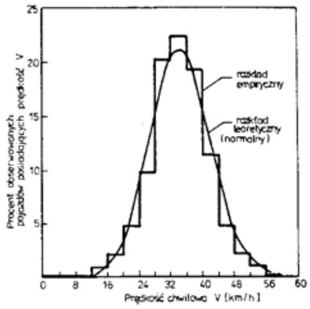




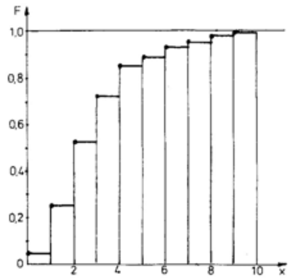
Histogramy rozkładu prędkości pieszych na przejściu przez jezdnię

Charakterystyki rozkładów





Rys. 2.9. Rozkład prędkości chwilowej



Rys. 3. Dystrybuanta rozkładu opisanego zależnością (14)

Charakterystyki rozkładów: średnia

<u>Średnia</u> - w najogólniejszej wersji dowolna funkcja $\mu(a_1,...,a_n)$ spełniająca, dla dowolnych $a_1,...,a_n$, warunek: $\min(a_1,...,a_n) \le \mu(a_1,...,a_n) \le \max(a_1,...,a_n)$ i jednocześnie niemalejąca ze względu na każdą zmienną a_i.

<u>Średnią arytmetyczną</u> *n* liczb $a_1, a_2,...,a_n$ nazywamy liczbę:

$$\frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$$

Inaczej mówiąc jest to iloraz sumy n liczb i n (gdzie n to ilość sumowanych liczb).

<u>Średnią geometryczną</u> *n* dodatnich liczb $a_1, a_2,...,a_n$ nazywamy liczbę:

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n}$$

Charakterystyki rozkładów (pozycyjne)

Charakterystyki pozycyjne (wskaźniki położenia):
- wartość modalna,
- mediana,
- wartość oczekiwana.

Wartość modalna (Mo, dominanta) w rozkładzie dyskretnym to wartość której odpowiada największe prawdopodobieństwo, w rozkładzie ciągłym to wartość dla której gęstość przyjmuje maksimum.

Przykłady:
rzut jedną kostką → Mo nie istnieje
rzut dwoma kostkami na raz → Mo = 7;
uproszczony rozkład normalny, N[0,1] → Mo = 0.

Mediana (Me) dzieli zbiór wartości na dwa podzbiory, takie że prawdopodobieństwo skumulowane dla każdego z nich wynosi ½.

$$P(x \leq Me) \geq \frac{1}{2} \qquad P(x \geq Me) \geq \frac{1}{2} \qquad \int_{-\infty}^{Me} f(x)dx = \frac{1}{2} \qquad F(Me) = \frac{1}{2}$$

Charakterystyki rozkładów (pozycyjne – c.d.)

Wartość oczekiwana (spodziewana, przeciętna, nadzieja matematyczna), E to:

$$E = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P_i$$ dla rozkładu dyskretnego,

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$ dla rozkładu ciągłego.

Przykłady:
rzut jedną kostką → E = 3,5;
uproszczony rozkład normalny, N[0,1] → E = 0 (E = Mo = Me).

Porównanie dla rozkładu wykładniczego:

funkcja gęstości $\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}$ dystrybuanta $1 - e^{-\lambda \cdot x}$

wartość oczekiwana $E = \frac{1}{\lambda}$

mediana $Me = \frac{\ln(2)}{\lambda}$ wartość modalna Mo = 0

Charakterystyki rozkładów (rozrzutu)

Charakterystyki rozrzutu:
- wariancja,
- odchylenie standardowe,
- współczynnik dokładności.

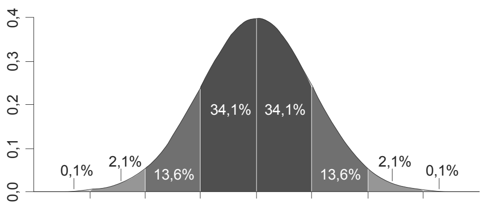
Wariancja:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot P_i - E^2$$ dla rozkładu dyskretnego,

$$S^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i^2 \cdot f(x)dx - E^2$$ dla rozkładu ciągłego.

Charakterystyki rozkładów (rozrzutu –c.d.)

Odchylenie standardowe to pierwiastek z wariancji.
Przykład: w rozkładzie normalnym, odchylenie standardowe = σ



Współczynnik dokładności (h) to odwrotność odchylenia standardowego, ewentualnie pomnożona przez jakąś wartość.
Na przykład dla rozkładu normalnego:

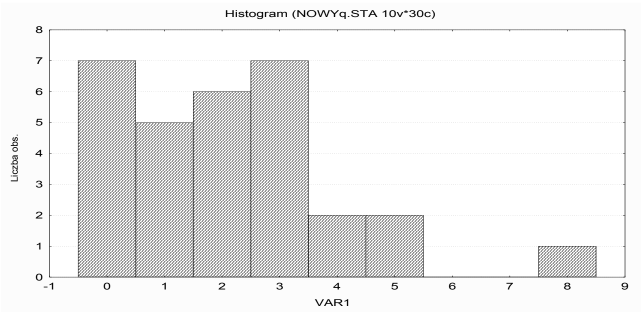
$$h = \frac{1}{2 \cdot \sigma^2}$$

Analiza statystyczna z podziałem na klasy

Określenie liczby klas.

liczba klas: $$r = (0{,}5 \div 1{,}0)\sqrt{n}$$

$r > 5$, w klasie powinno być więcej niż 6 zdarzeń.



Analiza statystyczna z podziałem na klasy – c.d.

Wyznaczenie wartości średniej i wariancji.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{r} x_j^0 \cdot n_j$$

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{r} (x_j^0 - \bar{x})^2 \cdot n_j$$

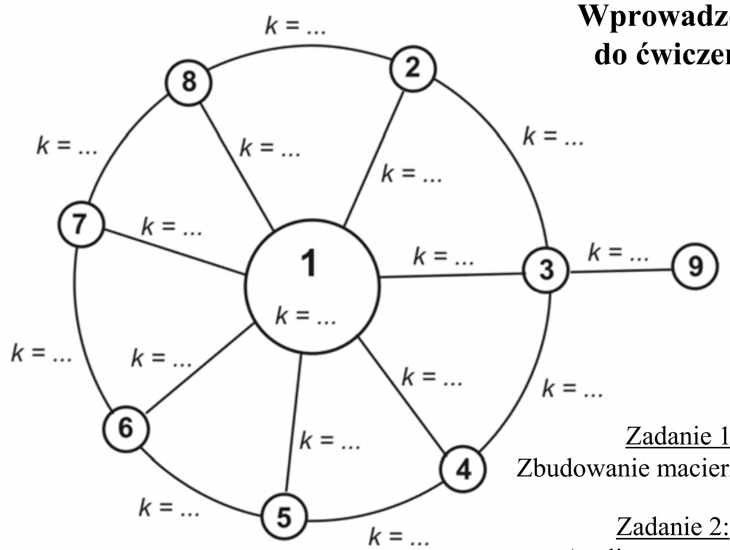
x^0_j - średnia w badanej klasie;
n_j - liczebność klasy j.

Analiza statystyczna z podziałem na klasy – c.d.

j	przedział	n_j	x^0_j	$n_j x^0_j$	x^0_j - x	$(x^0_j - x)^2$	$(x^0_j - x)^2 n_j$
1							
...							
r							
		Σ		Σ			Σ

Przykład tabeli do obliczeń

Wprowadzenie do ćwiczenia



k_{ij} = 30 ÷ 50 (minut)

<u>Zadanie 1:</u>
Zbudowanie macierzy podróży

<u>Zadanie 2:</u>
Analiza statystyczna uzyskanych wyników

Podpowiedzi do ćwiczenia

rejon (i, j):

zestaw (z):	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	94199	10653	16969	15191	18809	19714	13653	18646	32432
2	93083	16856	16615	11734	14478	18380	18870	15604	36091
3	105528	11390	12782	13480	11298	17498	17882	10427	32954
4	101532	17548	14142	19768	14039	11051	16564	17607	30724
5	104089	16591	15704	17886	13365	15933	18661	16160	38358
6	96709	19733	12478	15397	13714	19363	12959	14597	39526
7	106339	16611	19747	18226	12442	17803	13167	14038	37926
8	102469	14229	17341	11338	12120	12119	13337	16200	37734
9	108357	15926	10259	17337	18401	16873	13075	14818	30335
10	109950	17254	19205	18980	13600	14781	13114	15002	32276

„Potencjały ruchotwórcze” rejonów, N_i (liczba mieszkańców)

Podpowiedzi do ćwiczenia – c.d.

Liczba podróży pomiędzy rejonami (według modelu grawitacyjnego):

$$P_{i,j} = N_i \cdot \frac{N_j \cdot e^{-\alpha \cdot k_{i,j}}}{\sum_m N_m \cdot e^{-\alpha \cdot k_{im}}}$$

m – liczba rejonów (= 9)

α – współczynnik przeliczeniowy (= 0,03)

Podpowiedzi do ćwiczenia – c.d.

Dla populacji wyników oznaczających wartości liczb podróży pomiędzy rejonami należy wykonać analizę statystyczną z podziałem na klasy

$n = 9 * 8 = 72$

$r = 5 \div 8$

„szerokość” przedziału klasy: (max P – min P) / r

Po obliczeniu średniej i wariancji należy wykonać wykres zmienności wyników oraz dystrybuanty